

Kalkulator drgań własnych

Wprowadź wyniki całkowania

$$\delta_{11} = \frac{44}{3} \frac{1}{EI} \quad \delta_{12} = -9 \frac{1}{EI} \quad \delta_{22} = 9 \frac{1}{EI}$$

Wprowadź masy

$$m_1 = 1 \text{ m} \quad m_2 = 2 \text{ m}$$

Wybierz metodę obliczenia częstości drgań własnych

Metoda macierzowa Metoda wzorami

Wybierz metodę obliczenia amplitud drgań własnych

Metoda macierzowa Metoda wzorami

Raport ma zawierać

Oszacowanie podstawowej częstości drgań własnych metodami przybliżonymi

Pokaż obliczenia

Obliczenie częstości drgań

Aby obliczyć częstości drgań przyrównujemy wyznacznik z macierzy do zera:

$$\begin{vmatrix} \delta_{11} \cdot m_1 - \frac{1}{\omega^2} & \delta_{12} \cdot m_2 \\ \delta_{21} \cdot m_1 & \delta_{22} \cdot m_2 - \frac{1}{\omega^2} \end{vmatrix} = 0$$

Po podstawieniu wartości:

$$\delta_{11} = \frac{44}{3} \cdot \frac{1}{EI} \quad \delta_{12} = \delta_{21} = -9 \cdot \frac{1}{EI} \quad \delta_{22} = 9 \cdot \frac{1}{EI}$$

$$m_1 = 1m \quad m_2 = 2m$$

$$\begin{vmatrix} \frac{44}{3} \cdot \frac{1}{EI} \cdot 1m - \frac{1}{\omega^2} & \frac{-9}{EI} \cdot 2m \\ \frac{-9}{EI} \cdot 1m & \frac{9}{EI} \cdot 2m - \frac{1}{\omega^2} \end{vmatrix} = 0$$

przemnażam macierz przez $\frac{EI}{m}$ i podstawiam $x = \frac{1}{\omega^2} \cdot \frac{EI}{m}$

$$\begin{vmatrix} \frac{44}{3} - x & (-18) \\ (-9) & 18 - x \end{vmatrix} = 0$$

Rozwinięcie wyznacznika:

$$\left(\frac{44}{3} - x \right) \cdot (18 - x) - (-18) \cdot (-9) = 0$$

$$264 - \frac{44}{3} \cdot x - 18 \cdot x + x^2 - 162 = 0$$

Po uproszczeniu otrzymujemy równanie kwadratowe:

$$x^2 + \left(-\frac{98}{3} \right) \cdot x + 102 = 0$$

Rozwiązanie równania:

$$x_1 = 29.1699$$

$$x_2 = 3.4968$$

Częstości drgań własnych

Przekształcamy podstawienie, żeby obliczyć częstości drgań, podstawienie:

$$x = \frac{1}{\omega^2} \cdot \frac{EI}{m}$$

$$\text{z tego } \omega = \frac{1}{\sqrt{x}} \sqrt{\frac{EI}{m}}$$

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{x_1}} \sqrt{\frac{EI}{m}} = \frac{1}{\sqrt{29.1699}} \sqrt{\frac{m}{EI}} = 0.1852 \sqrt{\frac{EI}{m}}$$

$$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{x_2}} \sqrt{\frac{EI}{m}} = \frac{1}{\sqrt{3.4968}} \sqrt{\frac{m}{EI}} = 0.5348 \sqrt{\frac{EI}{m}}$$

Oszacowanie podstawowej częstości drgań

Oszacowanie z dołu (metoda Dunkerley-a):

$$\omega_{min} = \sqrt{\frac{1}{m_1 \cdot \delta_{11} + m_2 \cdot \delta_{22}}}$$

$$\omega_{min} = \sqrt{\frac{1}{1 \cdot \frac{44}{3} + 2 \cdot 9}} \sqrt{\frac{EI}{m}} = 0.175 \sqrt{\frac{EI}{m}}$$

Oszacowanie z góry (metoda Rayleigh-a):

jeżeli $\delta_{11} > \delta_{22}$

$$\omega_{max} = \sqrt{\frac{\delta_{11}}{m_1 \cdot \delta_{11}^2 + m_2 \cdot \delta_{12}^2}}$$

jeżeli $\delta_{22} > \delta_{11}$

$$\omega_{max} = \sqrt{\frac{\delta_{22}}{m_1 \cdot \delta_{21}^2 + m_2 \cdot \delta_{22}^2}}$$

W naszym przypadku:

$$\delta_{11} = \frac{44}{3} \frac{1}{EI} > \delta_{22} = 9 \frac{1}{EI}$$

Więc:

$$\omega_{max} = \sqrt{\frac{\frac{44}{3}}{1 \cdot \left(\frac{44}{3}\right)^2 + 2 \cdot (-9)^2}} \sqrt{\frac{EI}{m}} = 0.1972 \sqrt{\frac{EI}{m}}$$

Oszacowanie daje pozytywny rezultat:

$$\omega_{min} < \omega_1 < \omega_{max}$$

$$0.175 \sqrt{\frac{EI}{m}} < 0.1852 \sqrt{\frac{EI}{m}} < 0.1972 \sqrt{\frac{EI}{m}}$$

warunek spełniony

Amplitudy drgań własnych

$$\begin{pmatrix} \frac{44}{3} - x & (-18) \\ (-9) & 18 - x \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} = 0$$

Zamiana równania macierzowego na układ równań liniowych:

$$\left(\frac{44}{3} - x\right) \cdot A_1 + (-18) \cdot A_2 = 0$$

$$(-9) \cdot A_1 + (18 - x) \cdot A_2 = 0$$

Z pierwszego równania:

$$A_2 = \frac{\left(\frac{44}{3} - x\right) \cdot A_1}{18}$$

Dla $x_1 = 29.1699$, zakładam $A_{11} = 1$

$$A_{21} = \frac{\left(\frac{44}{3} - 29.1699\right) \cdot 1}{18} = 0.8057$$

Dla $x_2 = 3.4968$, zakładam $A_{12} = 1$

$$A_{22} = \frac{\left(\frac{44}{3} - 3.4968\right) \cdot 1}{18} = -0.6206$$

Warunek ortogonalności

$$A_{11} \cdot A_{12} \cdot m_1 + A_{21} \cdot A_{22} \cdot m_2 = 0$$

$$1 \cdot 1 \cdot 1m + 0.8057 \cdot (-0.6206) \cdot 2m = 0$$

$$-0.000035m \approx 0$$